

## Τὸ ἀριθμητικὸ λάθος τοῦ Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὡς πρὸς τὰ τμήματα 12-9-7, καὶ τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας του

τοῦ Δρ. Παναγιώτη Δ. Παπαδημητρίου

Ὡς γνωστόν, ὁ Χρυσάνθος δίνει τὴν διατονικὴ κλίμακα σὲ τμήματα (γραμμές) 12-9-7-12-12-9-7. Κατ' ἀρχὴν χρειάζεται προσοχὴ καθότι τὰ τμήματα τοῦ Χρυσάνθου προκύπτουν ἀπὸ λόγους μηκῶν χορδῶν<sup>1</sup>, «τὰ διαστήματα, δι κε, κε ζω, ζω νη... ἔχουσι λόγον τοιοῦτον, 12, 9, 7...», καὶ ὡς ἐκ τούτου δὲν εἶναι τὰ γνωστά μας μουσικὰ διαστήματα (κόμματα), ὡς π.χ. τῆς Μουσικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ 1881, ἢ τῆς Εὐρωπαϊκῆς μουσικῆς. Ἀνεξαρτήτως αὐτοῦ, εἶναι γεγονός (καὶ ἄγνωστο ἐν πολλοῖς) ὅτι οἱ ἀπλοὶ ἀριθμητικοὶ ὑπολογισμοὶ τοῦ Χρυσάνθου στὸν προσδιορισμὸ τῶν τμημάτων 12, 9, 7 εἶναι μερικῶς λανθασμένοι. Τὴν ὑπόδειξη τοῦ λάθους τοῦ Χρυσάνθου ἐπισημαίνει ἡ Ἐπιτροπὴ τοῦ 1881<sup>2</sup>, ἀλλὰ χωρὶς ἀρκετὲς λεπτομέρειες, ἀσκῶντας πάντως δριμυτάτη κριτικὴ. Σὲ αὐτὸ τὸ ἄρθρο μας, ὑποδεικνύουμε τὸ ἀριθμητικὸ λάθος τοῦ Χρυσάνθου (δηλ. σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία του: τὰ τμήματα δι-κε, κε-ζω, ζω-νη εἶναι 12, 8, 7, καὶ ὡς ἐκ τούτου τὸ ἄθροισμα τῶν τμημάτων του εἶναι ὄχι 68, ἀλλὰ 66), ἀλλὰ καὶ τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας του, καὶ σχολιάζουμε σχετικὰ.

### 1. Ἡ διατονικὴ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου.

Ὁ καθορισμὸς τῶν διαστημάτων (τῆς διατονικῆς κλίμακας) κατὰ τὸν Χρυσάνθο, δίνεται στὶς σελίδες 26-28 τοῦ μεγάλου θεωρητικοῦ του<sup>3</sup> (σχῆμα 1):

- Διαίρεσε τὸ διάστημα Ο-Δι (μήκους 1) σὲ 9 ἴσα μέρη καὶ βάλε τὸν κε ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ Δι. Ἄρα,

$$Ο-κε = 8/9, \text{ καὶ } Δι-κε = 1/9.$$

- Διαίρεσε τὸ διάστημα Ο-κε σὲ 12 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν ζω ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ κε. Ἄρα,

---

<sup>1</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, Θεωρητικὸν Μέγα τῆς Μουσικῆς, Τεργέστη 1832 (ἀνατύπωσις ἐκδ. Κουλτούρα), σ. 26.

<sup>2</sup> Μουσικὴ Ἐπιτροπὴ τοῦ Οἴκ. Πατρ. (1881), Στοιχειώδης διδασκαλία τῆς Ἐκκλησιαστικῆς Μουσικῆς - ἐκπονηθεῖσα ἐπὶ τῆ βάσει τοῦ ψαλτηρίου, Κωνσταντινούπολις 1888 (ἀνατύπ. ἐκδ. Κουλτούρα), σ. 10.

<sup>3</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὁ.π..

$$Ο-ζω = 8/9 - 8/9 \times 1/12 = 22/27, \text{ και } κε-ζω = 8/9 \times 1/12.$$

- Διαίρεσε τὸ διάστημα Ο-Δι σὲ 4 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **νη** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ Δι. Ἄρα,

$$Ο-νη = 3/4, \text{ καὶ } ζω-νη = 22/27 - 3/4 = 7/108.$$

- Διαίρεσε τὸ Ο-νη σὲ 9 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **πα** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ νη. Ἄρα,

$$Ο-πα = 8/9 \times 3/4 = 2/3, \text{ καὶ } νη-πα = 3/4 - 2/3 = 1/12.$$

- Διαίρεσε τὸ Ο-πα σὲ 12 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **βου** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ πα. Ἄρα,

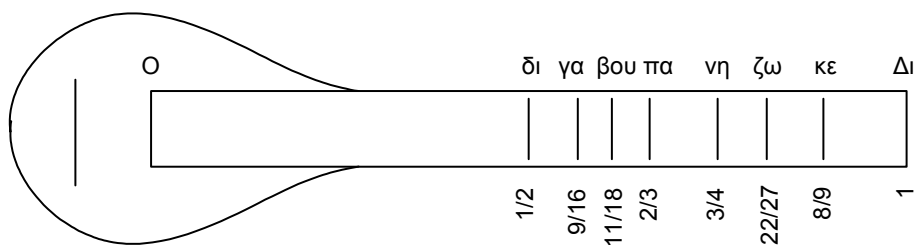
$$Ο-βου = 11/12 \times 2/3 = 11/18, \text{ καὶ } πα-βου = 2/3 - 11/18 = 1/18.$$

- Διαίρεσε τὸ Ο-Δι σὲ 2 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **δι**. Ἄρα,

$$Ο-δι = 1/2 \times 1 = 1/2.$$

- Διαίρεσε τὸ δι-Δι σὲ 8 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **γα** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ δι. Ἄρα

$$Ο-γα = 1/2 + 1/8 \times 1/2 = 9/16, \text{ καὶ } βου-γα = 11/18 - 9/16 = 7/144, \text{ καὶ } γα-δι = 9/16 - 1/2 = 1/16.$$



Σχῆμα 1. Κατασκευὴ τῆς διατονικῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου.

## 2. Ο ύπολογισμός τῶν τμημάτων κατὰ τὸν Χρῦσανθο καὶ τὸ λάθος του.

Γράφει ὁ Χρῦσανθος, στὴν σ. 26 τοῦ μεγάλου θεωρητικοῦ<sup>4</sup> του:

«Τὰ διαστήματα δι κε, κε ζω, ζω νη, ὅτι ἔχουσι λόγον τοιοῦτον, 12, 9, 7, δεικνύεται ἐντεῦθεν· ὡς δι κε : κε ζω :: 1/9 : 1/12, ἤγουν 4/36 : 3/36. ἀλλὰ μὴν ὡς 4/36 : 12 :: 3/36 : χ, ὅ ἐστι, 4 : 12 · 36 :: 3 : 36 χ, ἄρα 4 · 36 χ = 12 · 36 · 3. ἄρα χ=9.

Ὅταν ὅλη ἡ χορδὴ ὑποτεθῆ 27, τῷ μὲν Δι ἀναλογεῖ τὸ 27/27 κλάσμα, ἤγουν τὸ 1. τῷ δὲ κε, τὸ 24/27, ἤγουν τὸ 8/9. τῷ δὲ ζω, τὸ 22/27. καὶ τῷ νη, τὸ 3/4. ἄρα καὶ τῷ διαστήματι ζω νη, τὸ 7/108. διότι  $1/4 - 5/27 = 27/108 - 20/108 = 7/108$ . ὅθεν ὡς δι κε : ζω νη :: 1/9 : 7/108. ἀλλὰ μὴν ὡς  $1/9 : 12 :: \frac{7}{12 \cdot 9} : \chi$ . ἄρα  $1/9 \chi = \frac{12 \cdot 7}{12 \cdot 9} = 7/9$ . ὥστε  $\chi = \frac{7 \cdot 9}{9 \cdot 1} = 63/9 = 7$ ».

Οἱ παραπάνω ὑπολογισμοὶ τοῦ Χρυσάνθου<sup>5</sup>, θὰ μπορούσαν νὰ γραφοῦν ἀπλούστατα ὡς ἐξῆς:

$$\text{«δι κε : κε ζω} = 1/9 : 1/12 = 12/9$$

καὶ

$$\text{δι κε : ζω νη} = 1/9 : 7/108 = 12/7\text{»}.$$

Ἄρα ἔδειξε ὁ Χρῦσανθος ὅτι τὰ διαστήματα δι κε, κε ζω, ζω νη, «ἔχουσι λόγον τοιοῦτον, 12, 9, 7».

### Ποιὸ εἶναι ὁμῶς τὸ λάθος του;

Τὸ λάθος του εἶναι ὅτι θεωρεῖ τὸ διάστημα κε-ζω = 1/12, ἐνῶ ὅπως δείξαμε στὴν παράγραφο §1, κε-ζω = 8/9 x 1/12.

Ἄρα τὰ διαστήματα, σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία τοῦ Χρυσάνθου, ἔχουν στὴν πραγματικότητα λόγο:

$$\text{δι κε : κε ζω} = 1/9 : (8/9 \times 1/12) = 12/8$$

καὶ

$$\text{δι κε : ζω νη} = 1/9 : 7/108 = 12/7.$$

---

<sup>4</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὀ.π..

<sup>5</sup> Οἱ ὑπολογισμοὶ τοῦ Χρυσάνθου μπερδεύουν μὲ τὴν πρώτη ματιά, καθότι «κοινῶς» πάει Κόρινθο Αθήνα, μέσω Ρίου-Αντιρρίου. Ἐπίσης, ὁ Χρῦσανθος στοὺς ὑπολογισμοὺς του, ὅταν ἐμφανίζει τὸ 12 καὶ τὸ χ, ὑποννοεῖ ὅτι τὸ 12 ἀντιστοιχεῖ στὸ δι κε, καὶ φυσικὰ τὸ χ στὸ ἄλλο (ζητούμενο) διάστημα.

δηλαδή τὰ διαστήματα δι-κε, κε-ζω, ζω-νη ἔχουν λόγο **12, 8, 7**, καὶ ὄχι 12, 9, 7 ὅπως ἔδειξε ὁ Χρῦσανθος (καὶ ἔπεισε σχεδὸν τοὺς πάντες). Αὐτὸ τὸ λάθος τὸ σημειώνει καὶ ἡ Ἐπιτροπὴ τοῦ 1881 ὡς προαναφέραμε στὴν ἀρχή.

Νὰ σημειώσουμε ὅτι ὁ Χρῦσανθος ἐπαναλαμβάνει τὸ λάθος του σὶς σ. 97-98 τοῦ μεγάλου θεωρητικοῦ<sup>6</sup> του: «Ὅταν ὑποτεθῆ τὸ δι κε ἴσον 12, εὐρίσκεται τὸ μὲν κε ζω ἴσον 9, τὸ δὲ ζω νη ἴσον 7. Τότε καὶ ἐπὶ τῆς χορδῆς εὐρίσκεται τὸ δι κε νὰ ἔχη λόγον πρὸς μὲν τὸν κε ζω, ὄν  $1/9 : 1/12$ · πρὸς δὲ τὸ ζω νη, ὄν  $1/9 : 7/108$ ».

### 3. Τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας τοῦ Χρυσάνθου.

Δείξαμε (σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία τοῦ Χρυσάνθου) ὅτι:

$$\text{(μείζων : ἐλάσσων)} - \text{δι κε} : \text{κε ζω} = 12/8,$$

καὶ

$$\text{(μείζων : ἐλάχιστος)} - \text{δι κε} : \text{ζω νη} = 12/7.$$

Εὐκόλα δεικνύεται ὅτι:

$$\text{(μείζων : ἐλάσσων)} - \text{νη πα} : \text{πα βου} = 12/8,$$

καὶ

$$\text{(μείζων : ἐλάχιστος)} - \text{νη πα} : \text{βου γα} = 12/7.$$

Ὅμως, τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας τοῦ Χρυσάνθου εἶναι ὅτι, σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία του, θὰ ἔπρεπε π.χ.

$$\text{μείζων} : \text{μείζων} = 1 (=12/12),$$

καθότι ὅταν δίνει τὴν κλίμακα, δίνει π.χ. νη πα = γα δι = δι κε = 12. Ὅμως δὲν εἶναι ἔτσι γιὰ διαφορετικούς μείζονες τόνους, π.χ.

$$\text{δι κε} : \text{νη πα} = 1/9 : 1/12 = 12/9.$$

Τὸ ἀσυμβίβαστον, ὁ Χρῦσανθος τὸ ...λύνει λέγοντας: «ἂν ὑποτεθῆ ὅτι τὸ διάστημα τοῦ μείζονος τόνου εἶναι ἴσον μὲ 12 γραμμὰς, τὸ διάστημα τοῦ μὲν ἐλάσσονος τόνου

---

<sup>6</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὁ.π..

<sup>7</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὁ.π., σ. 21.

εύρίσκεται ἴσον μὲ 9 γραμμὰς, τοῦ δὲ ἐλαχίστου τόνου εύρίσκεται ἴσον μὲ 7 γραμμὰς».

Ὅποτε νομίζουμε (ἀναφερόμενοι στὴν διατονικὴ κλίμακα), καθότι ὁ Χρυσάνθος ἀποκρύπτει οὐσιαστικὲς λεπτομέρειες (ἐνὼ πολλαχοῦ ἀναλύει ὀφθαλμοφανέστατα πράγματα), ὅτι θέτει ὅλους τοὺς μείζονες 12 γραμμὲς (τμήματα), καὶ μετὰ, ἀπὸ τοὺς ἀντίστοιχους μείζονες τοῦ ἐκάστου τετραχόρδου ὑπολογίζει στὰ ἀντίστοιχα τετράχορδα (π.χ. Δι-νη, νη-γα, στὸ σχῆμα 1) τοὺς ἐλάσσονες σὲ 8 (9), καὶ τοὺς ἐλάχιστους σὲ 7, σύμφωνα μὲ τὶς παραπάνω σχέσεις. Ὅμως ἂν εἶναι ὄντως ἔτσι, δὲν ὑπάρχει μαθηματικὴ σχέση μεταξὺ τῶν τμημάτων (γραμμῶν) του, καὶ τῆς διατονικῆς του, ὅπως τὴν δίνει στὸ σχῆμα 1 (μαθηματικὴ σχέση ὑπάρχει μόνο στὰ ἐπιμέρους τετράχορδα, καὶ ὄχι σὲ ὅλην τὴν κλίμακα).

#### 4. Σχόλια.

Βάσει τῶν προηγουμένων, ἡ διατονικὴ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου σὲ τμήματα/γραμμὲς (καθὼς τὰ ὀρίζει αὐτός, καὶ παραθεωρώντας τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας του) εἶναι

12-8-7-12-12-8-7,

καὶ τὸ ὁποῖο ἔχει σὰν συνέπεια ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν τμημάτων του εἶναι 66 καὶ ὄχι 68!

Μᾶς ἐκπλήσει πάντως τὸ γεγονός, ὅτι αὐτὸ τὸ ἀπλὸ ἀριθμητικὸ λάθος τοῦ Χρυσάνθου εἶναι ἐν πολλοῖς ἄγνωστο τὴν σήμερον, ὅπως ἐπίσης καὶ τὸ ἀσυμβίβαστο τῆς μεθοδολογίας του. Ἐπίσης τὰ τμήματά του, ὡς λέει ὁ Χρυσάνθος καὶ ἀναφέραμε στὴν ἀρχὴ, προκύπτουν ἀπὸ λόγους μηκῶν χορδῶν, «τὰ διαστήματα, δι κε, κε ζω, ζω νη,... ἔχουσι λόγον τοιοῦτον, 12, 9, 7...», καὶ ὡς ἐκ τούτου δὲν εἶναι τὰ γνωστά μας μουσικὰ διαστήματα (κόμματα), ὡς π.χ. τῆς Μουσικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ 1881, ἢ τῆς Εὐρωπαϊκῆς μουσικῆς. Στὸ Παράρτημα, δίνουμε τὸν συγκεκρισμὸ τῆς διατονικῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου σὲ κόμματα, σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο συγκεκρισμοῦ μας<sup>8</sup>, καὶ ὁ ὁποῖος συγκεκρισμὸς δίνει ἓνα ἐνδιαφέρον ἀποτέλεσμα.

Νὰ τονίσουμε ὅτι δὲν βάλλουμε τώρα κατὰ τοῦ Χρυσάνθου γιὰ τὸ ἀριθμητικὸ του λάθος (καὶ γιὰ τὴν ὅποια «θεωρία» του), κάτι ποὺ εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ. Ὅμως, τὸ θέμα εἶναι ἄλλο. Πῶς εἶναι δυνατὸν νὰ προτείνει κάποιος (ὁ Χρυσάνθος ἐν

---

<sup>8</sup> Παναγιώτης Δ. Παπαδημητρίου, Μέθοδος συγκεκρισμοῦ κλιμάκων - οἱ διατονικὲς κλίμακες τοῦ Διδύμου, τῆς Ἐπιτροπῆς, τοῦ Χρυσάνθου, καὶ οἱ συγκράσεις τους, ἔκδ. 29/6/05.

προκειμένω) μιὰ καινὴ θεωρία, μὲ μαθηματικούς ὑπολογισμούς ποὺ θυμίζουν μαθητὴ ΣΤ' Δημοτικοῦ, στὸ Οἰκουμενικὸ Πατριαρχεῖο, στοὺς τότε Ψάλτες, καὶ ὅλοι νὰ τὴν ἀποδέχονται χωρὶς κὰν νὰ τὴν ἐλέγξουν; Γιατὶ ἂν τὴν ἔλεγχαν (ἐκτὸς καὶ ἂν δὲν εἶχαν τίς γνώσεις νὰ τὴν ἐλέγξουν) ἔστω καὶ τυπικῶς, τὸ πρῶτο πράγμα ποὺ θὰ ἔλεγχαν θὰ ἦταν οἱ κλίμακες (χωρὶς κλίμακα, τὶ ψέλνεις;). Παρόμοιο ἐρώτημα ἀπευθύνεται φυσικά, καὶ στοὺς ἕτερος θεωρητικούς τῆς τότε ἐποχῆς ποὺ ἀντέγραψαν τὰ ἀποτελέσματα τῆς «θεωρίας» τοῦ Χρυσάνθου. Ἀπὸ αὐτὰ τὰ ἐρωτήματα, ἐμεῖς βλέπουμε τὴν τότε προχειρότητα, καὶ τὴν ἀδικαιολόγητη (ἢ δικαιολογημένη γιὰ ἄγνωστους σὲ ἐμᾶς λόγους) βιασύνη στὴν ἀποδοχή, ἀλλὰ καὶ ἀστραπιαῖα διάδοση τῆς Νέας Μεθόδου.

Τέλος, ἄς σημειωθεῖ ὅτι ἡ Ἐπιτροπὴ τοῦ 1881 μιλώντας γιὰ τὴν ἐργασία τοῦ Χρυσάνθου στὴν κλίμακα, μιλάει γιὰ «ἐν πολλοῖς ἐσφαλμένη, φαντασιώδη καὶ ἀόριστο» ἐργασία<sup>9</sup>.

πρόχειρη ἔκδοση 16/8/2005

### Παράρτημα - Συγκερασμὸς διατονικῆς Χρυσάνθου

Ἡ διατονικὴ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου (σχῆμα 1), δίνεται καὶ ὡς ἐξῆς σὲ λόγους μηκῶν γειτονικῶν χορδῶν:

Νη - 9/8 - Πα - 12/11 - Βου - 88/81 - Γα - 9/8 - Δι - 9/8 - Κε - 12/11 - Ζω - 88/81 - Νη'.

Σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία τοῦ Χρυσάνθου, καὶ μὲ σωστὸ ὑπολογισμό (καὶ παρὰ τὸ ἀσυμβίβαστον) ἡ παραπάνω κλίμακα «ἔχει» ὡς ἐξῆς:

Νη - 12 - Πα - 8 - Βου - 7 - Γα - 12 - Δι - 12 - Κε - 8 - Ζω - 7 - Νη',

ὅπου τὰ 12, 8, 7 εἶναι οἱ γραμμὲς (τμήματα) τοῦ Χρυσάνθου, ποὺ προέκυψαν ὅπως εἶδαμε στὴν §2 ἀπὸ τὴν ἀπλοποίηση τῶν λόγων τῶν μηκῶν τῶν χορδῶν (λαμβάνοντας τὸν μείζονα τόνο 12 γραμμὲς, §3).

---

<sup>9</sup> Μουσικὴ Ἐπιτροπὴ τοῦ Οἰκ. Πατρ. (1881), ὁ.π., σ. 9, 10.

Ἄς δοῦμε ὅμως καὶ τὸν συγκεκριασμὸ τῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου (σχῆμα 1) σὲ κόμματα (ἴσα μουσικὰ διαστήματα<sup>10</sup>), ὅπου γιὰ κλίμακα μὲ ἄθροισμα  $N$  κομμάτων, τὸ κόμμα ὀρίζεται ὡς ὁ ἀριθμὸς

$$κ = \sqrt[N]{2} = 2^{1/N}.$$

Ἀπὸ τὴν προαναφερθεῖσα ἐργασία μας<sup>11</sup>, ἔχουμε ὅτι γιὰ  $N \leq 100$ , οἱ 3 καλύτερες συγκράσεις εἶναι οἱ ἑξῆς:

1.  $N=94 \rightarrow N\eta - 16 - Πα - 12 - Βου - 11 - Γα - 16 - Δι - 16 - Κε - 12 - Ζω - 11 - N\eta'$
2.  $N=65 \rightarrow N\eta - 11 - Πα - 8 - Βου - 8 - Γα - 11 - Δι - 11 - Κε - 8 - Ζω - 8 - N\eta'$
3.  $N=41 \rightarrow N\eta - 7 - Πα - 5 - Βου - 5 - Γα - 7 - Δι - 7 - Κε - 5 - Ζω - 5 - N\eta'$ .

Γιὰ  $N=66$ , ἡ μέθοδός μας<sup>12</sup> βρίσκει τὸν ἑξῆς συγκεκριασμὸ:

$$N=66 \rightarrow N\eta - 12 - Πα - 8 - Βου - 7 - Γα - 12 - Δι - 12 - Κε - 8 - Ζω - 7 - N\eta'.$$

Ὁ παραπάνω συγκεκριασμὸς εἶναι ὁ ἀκριβέστερος σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία μας γιὰ  $N=66$ , ἀλλὰ ὡς πρὸς τὴν προσέγγιση στὴν διατονικὴ κλίμακα τοῦ σχήματος 1, εἶναι πολὺ λιγότερο ἀκριβῆς ἀπὸ τὶς 3 προαναφερθεῖσες συγκεκριασμένες κλίμακες τῶν  $N=94, 65, 41$ .

Εἶναι ἐνδιαφέρον ὅτι γιὰ  $N=66$ , ἡ μέθοδός μας δίνει ἀριθμὸ κομμάτων, ἴδιο μὲ τὶς γραμμὲς (τμήματα) τοῦ Χρυσάνθου, ἀλλὰ δὲν θὰ πρέπει νὰ ξεχνᾶμε ὅτι ἄλλο οἱ γραμμὲς τοῦ Χρυσάνθου (δὲς §3), καὶ ἄλλο τὰ κόμματα (ἴσα μουσικὰ διαστήματα).

---

<sup>10</sup> Χρόνης Θ. Μωϋσιάδης καὶ Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης, Ἐφαρμοσμένα Μαθηματικά στὴν Ἐπιστήμη τῆς Μουσικῆς, ἐκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη 1994, σ. 39.

<sup>11</sup> Παναγιώτης Δ. Παπαδημητρίου, ὁ.π., Πίνακας 8.

<sup>12</sup> Παναγιώτης Δ. Παπαδημητρίου, ὁ.π..